

Densità di corrente

Il fenomeno del movimento delle cariche elettriche è descritto, a livello macroscopico, dal vettore densità di corrente indicato con $\vec{J}(P, t)$.

La densità di corrente può essere definita,

$$\text{come } \vec{J} = q_+ n_+ \vec{V}_+ + q_- n_- \vec{V}_- \quad (1)$$

dove

- n_+ è la densità di cariche positive contenute in un volumetto macroscopico centrato nel punto P
- q_+ è la quantità di carica elettrica positiva contenuta nel volumetto
- $\vec{V}_+$ è la media (vettoriale) delle velocità delle cariche elettriche positive di cui sopra

Analogamente per i termini del secondo addendo della (1).

Nota. Per volumetto macroscopico si intende un volume piccolo rispetto alle ~~dimensioni~~ scale spaziali tipiche del fenomeno, ma sufficientemente grande per filtrare le fluttuazioni statistiche. In altre parole, detta L la scala spaziale tipica del fenomeno, cioè la dimensione lineare tipica del corpo materiale nel quale avviene il fenomeno, e detto Δr il raggio del volumetto dovrà essere $\Delta r \ll L$, ma, allo

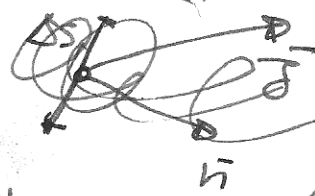
stesso tempo, Δz deve essere sufficientemente grande per poter considerare n_+ indipendente dalla scelta di Δz . (2)

Analogamente occorre valutare la scala temporale tipica del fenomeno, come il tempo nel quale si osservano variazioni significative del fenomeno. Detti T la scala temporale tipica, dovrai risultare $\Delta t \ll T$, dove Δt è l'intervallo di tempo nel quale effettuiamo la vs. osservazione. Δt dovrà essere sufficientemente grande da poter rendere n_+ e $\bar{v}_+$ indipendenti dalla scelta di Δt .

In questo modo potremo considerare, ~~in~~ in forma discreta (predisposta così per una digitalizzazione) la quantità $\bar{J}(P, t)$.

~~Definizione del vettore $\bar{J}(P, t)$.~~

~~Se consideriamo una superficie ΔS centrata nel punto P , il flusso di $\bar{J}$ attraverso ΔS , cioè la quantità~~

~~ $\Delta \Phi = \iint_{\Delta S} \bar{J} \cdot \bar{n} dS$ (2)~~

~~rappresenta evidentemente la quantità di carica dQ che, per unità di tempo, attraversa la superficie ΔS nella direzione della normale $\bar{n}$.
Si ha così~~

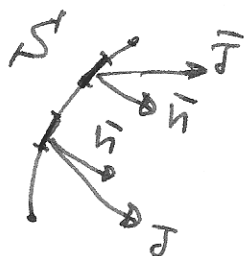
~~$dQ = \Delta \Phi \Delta t$~~

Proprietà del vettore $\vec{J}(P, t)$

intensità della corrente elettrica

Consideriamo una superficie aperta S orlata da una linea chiusa orientata γ

Possiamo definire il flusso attraverso S del vettore $\vec{J}(P, t)$ come



$$i = \iint_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS \quad (2)$$

dove $\vec{n}$ ~~è~~ è l'orientata in modo convenzionale, coerente con ~~il verso di~~ l'orientamento di γ (ad. es. regola della mano destra)

Evidentemente i rappresenta la quantità di carica che, nell'unità di tempo, attraversa la superficie S . Si ha cioè

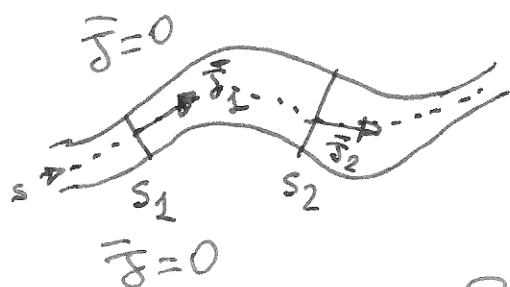
$$dq = i dt$$

La quantità $i(S, t)$ si dice intensità della corrente elettrica attraverso la superficie S , valutata all'istante t .

Si tratta chiaramente di uno scalare, il cui segno dipende, in modo combinato, dall'~~verso~~ orientamento di γ (e quindi di $\vec{n}$) e dalla direzione e verso di $\vec{J}$. Il segno di i ~~ha~~ dipende quindi sia dalla natura fisica del fenomeno, sia dalla convenzione adottata per la normale alla superficie.

Corrente elettrica in una struttura filiforme

Un caso notevole della (2) è quello del movimento delle cariche in un "filo", cioè un corpo nel quale una delle dimensioni prevale sulle altre due, fino a poter individuare una linea media della struttura, quella quale fissare un'ascissa curvilinea.



Per motivi di simmetria il vettore $\vec{J}$ ~~non~~ ha, in ogni punto, del filo, la direzione della linea media.

Per semplicità possiamo poi assumere che, in ogni sezione retta del filo, il modulo di $\vec{J}$ ~~sia~~ abbia lo stesso valore in ogni punto della sezione retta.

Applicando la (2) alle sezioni rette S_1 e S_2 si avrà quindi

$$i(S_1) = \vec{J}_1 S_1 \quad \text{e} \quad i(S_2) = \vec{J}_2 S_2$$

In generale si ~~sarà~~ ha che $i(S_1) \neq i(S_2)$. ~~Esplícitamente~~ Facciamo anche l'ipotesi che $\vec{J} = 0$ al di fuori del filo, cioè che ~~la carica~~ il movimento delle cariche sia confinato nel filo stesso.

Analizziamo ora le condizioni che devono essere realizzate per ~~avere~~ avere $i(S_1) = i(S_2)$.

In queste condizioni si avrebbe evidentemente che l'intensità della corrente non dipende più del punto dell'ascissa curvilinea ma diventa una caratteristica dell'intero filo,

A questo scopo, consideriamo una superficie chiusa S che delimita un volume V e consideriamo il flusso entrante (se la normale è diretta verso l'interno) ~~da~~ nella superficie.

Si ha, riprendendo la (2)

$$i(S) = \oiint_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS \quad (3)$$

Essendo la superficie S chiusa, $i(S)$ rappresenta ora la quantità di carica che, nell'unità di tempo, entra nella superficie chiusa S .

~~Se, per motivi fisici,~~

se la natura del fenomeno fisico ci consente di escludere l'accumulo di carica elettrica in una qualunque superficie chiusa, si ha $i(S)=0$ e il vettore $\vec{J}$ risulta solenoidale.

In forma differenziale anziché integrale si avrà

~~$$\oiint_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS = 0$$~~

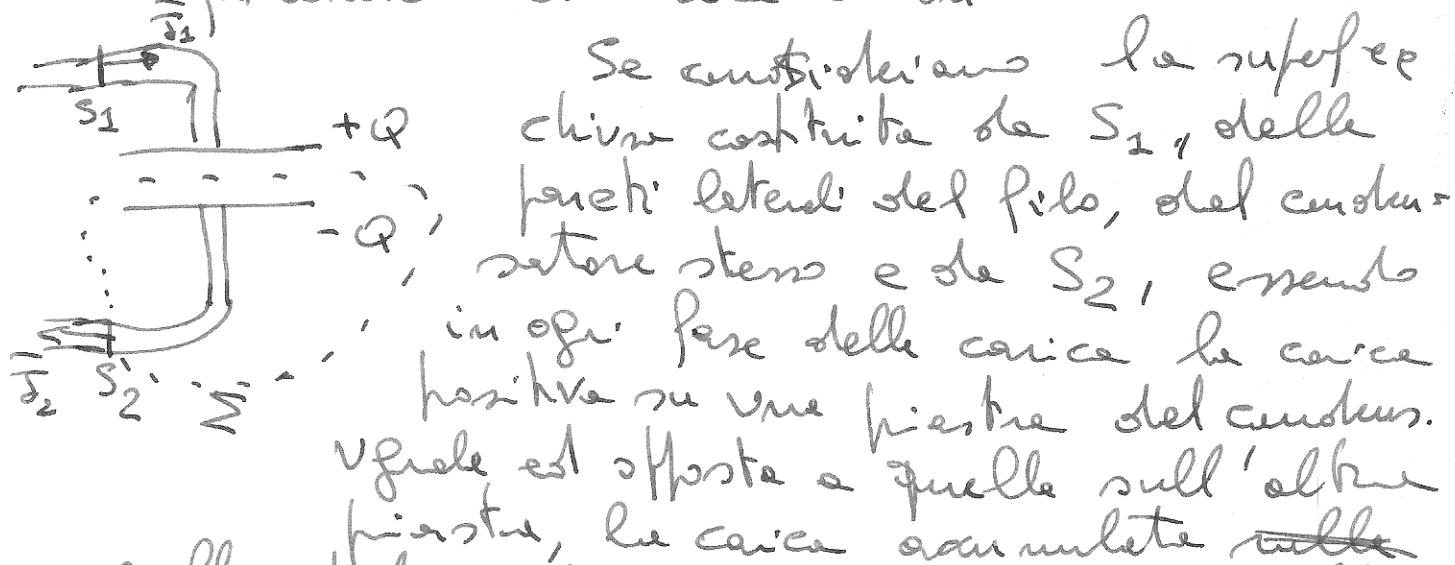
$$\oiint_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS \Rightarrow \text{div } \vec{J} = 0 \quad (4)$$

Grazie alle (4), tornando al caso del filo, considerando la superficie chiusa formata da S_1, S_2 e dalle parti laterali del filo, si avrà effettivamente

$$i(S_1) = i(S_2)$$

Validità dell'ipotesi di solenoidale

Non è possibile dare alla (4) una validità generale. Per convincersene, basti pensare al fenomeno di carica di un condensatore.



nella superficie chiusa rimane sempre nulla e quindi, anche in questo caso $i(S_1) = i(S_2)$. Se però consideriamo la superficie chiusa Σ ~~nella quale le cariche si ha~~ si ha evidentemente un accumulo di carica all'interno della superficie, il che inficia la validità generale della (4).

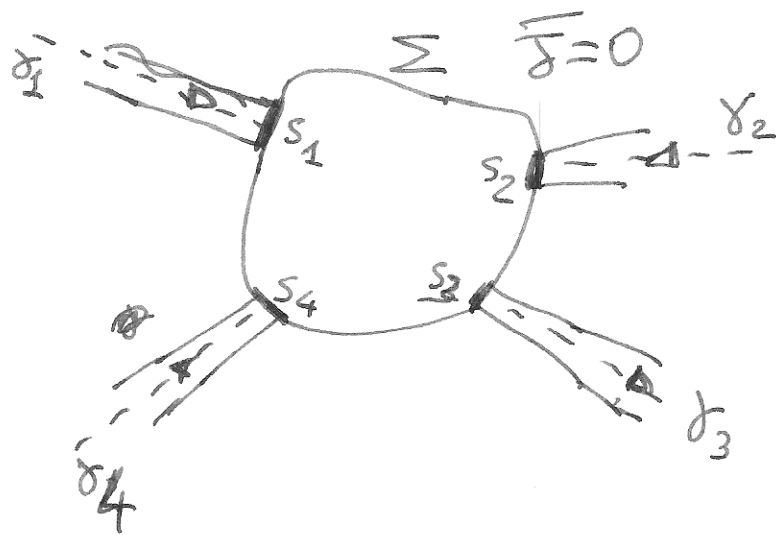
Per ripristinare, almeno parzialmente, la validità della (4) in modo sufficientemente generale, si può ipotizzare la validità in tutto lo spazio privato dell'insieme dei volumi chiusi nei quali si può avere accumulo di carica elettrica.

Nel modello circuitale si fa appunto questa ipotesi. Se la natura fisica del fenomeno non consente l'individuazione di detti volumi chiusi nei quali $\text{div } \vec{J} \neq 0$, il modello circuitale non è applicabile.

Generalizzazione del concetto di filo.

24/09/2018 (7)

Supponiamo che valga la (4) in forma integrale per una struttura di questo genere (cioè che in Σ non si possa avere accumulo di



carica
Supponiamo che $\bar{Q} = 0$
al di fuori di Σ ,
tranne che per i
4 fili.

Per quanto detto sui fili, ciascuno filo è caratterizzato da un unico valore di corrente.

Diciamo quindi i_1, i_2, i_3, i_4 le 4 correnti. Ricordando la (2), la quantità $i_1 dt$ rappresenta la carica che, nel tempo dt , entra nel volume delimitato da Σ . Dovendo essere nulla la carica che si accumula dentro Σ si avrà evidentemente

$$i_1 dt + i_2 dt - i_3 dt + i_4 dt = 0 \quad \text{e quindi}$$
$$i_1 + i_2 - i_3 + i_4 = 0 \quad (5)$$

Ricordando la duplice natura (convenzionale / fisica) del segno delle correnti, cambiando ad esempio di verso in entrata l'orientamento di γ_3 la (5) diventerebbe $i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 0$, senza che la natura del fenomeno sia minimamente cambiata.

Effetti della corrente elettrica

- effetto termico (Joule)
- effetto meccanico
- effetto magnetico
- effetto chimico